Приложение 2.1.10

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

**учебного курса «Вероятность и статистика»**

**(углублённый уровень)**

для обучающихся 7-9 классов

**Томск 2024**

**ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА**

В современном цифровом мире вероятность и статистика приобретают всё большую значимость как с точки зрения практических приложений, так и их роли в образовании, необходимом каждому человеку. Возрастает число профессий, при овладении которыми требуется хорошая базовая подготовка в области вероятности и статистики, такая подготовка важна для продолжения образования и для успешной профессиональной карьеры.

Каждый человек постоянно принимает решения на основе имеющихся у него данных. Для обоснованного принятия решения в условиях недостатка или избытка информации необходимо в том числе хорошо сформированное вероятностное и статистическое мышление. Именно поэтому возникла необходимость формировать у обучающихся функциональную грамотность, включающую в себя умение воспринимать и критически анализировать информацию, представленную в различных формах, понимать вероятностный характер многих реальных процессов и зависимостей, производить простейшие вероятностные расчёты.

Знакомство в учебном курсе с основными принципами сбора, анализа и представления данных из различных сфер жизни общества и государства приобщает обучающихся к общественным интересам. Изучение основ комбинаторики развивает навыки организации перебора и подсчёта числа вариантов, в том числе в прикладных задачах. Знакомство с основами теории графов создаёт математический фундамент для формирования компетенций в области информатики и цифровых технологий. При изучении статистики и вероятности обогащаются представления обучающихся о современной картине мира и методах его исследования, формируется понимание роли статистики как источника социально значимой информации и закладываются основы вероятностного мышления.

В соответствии с данными целями в структуре программы учебного курса «Вероятность и статистика» основного общего образования на углублённом уровне выделены следующие содержательно-методические линии: «Представление данных и описательная статистика», «Вероятность», «Элементы комбинаторики», «Введение в теорию графов», «Множества», «Логика».

Содержание линии «Представление данных и описательная статистика» служит основой для формирования навыков работы с информацией: от чтения и интерпретации информации, представленной в таблицах, на диаграммах и графиках, до сбора, представления и анализа данных с использованием статистических характеристик средних и рассеивания. Работая с данными, обучающиеся учатся считывать и интерпретировать данные, выдвигать, аргументировать и критиковать простейшие гипотезы, размышлять над факторами, вызывающими изменчивость, и оценивать их влияние на рассматриваемые величины и процессы.

Интуитивное представление о случайной изменчивости, исследование закономерностей и тенденций становится мотивирующей основой для изучения теории вероятностей. Большое значение имеют практические задания, в частности опыты с классическими вероятностными моделями.

Понятие вероятности вводится как мера правдоподобия случайного события. При изучении учебного курса обучающиеся знакомятся с простейшими методами вычисления вероятностей в случайных экспериментах с равновозможными элементарными исходами, вероятностными законами, позволяющими ставить и решать более сложные задачи. В учебный курс входят начальные представления о случайных величинах и их числовых характеристиках.

В рамках учебного курса осуществляется знакомство обучающихся с множествами и основными операциями над множествами, рассматриваются примеры применения графов и элементов теории множеств для решения задач, а также использования в других математических курсах и учебных предметах.

На изучение учебного курса «Вероятность и статистика» отводится 102 часа: в 7 классе – 34 часа (1 час в неделю), в 8 классе – 34 часа (1 час в неделю), в 9 классе – 34 часа (1 час в неделю).

**СОДЕРЖАНИЕ ОБУЧЕНИЯ**

**7 КЛАСС**

Представление данных в виде таблиц, диаграмм. Заполнение таблиц, чтение и построение столбиковых (столбчатых) и круговых диаграмм. Чтение графиков реальных процессов. Извлечение информации из диаграмм и таблиц, использование и интерпретация данных.

Описательная статистика: среднее арифметическое, медиана, размах, наибольшее и наименьшее значения, квартили, среднее гармоническое, среднее гармоническое числовых данных.

Примеры случайной изменчивости при измерениях, в массовом производстве, тенденции и случайные колебания, группировка данных, представление случайной изменчивости с помощью диаграмм, частоты значений, статистическая устойчивость.

Граф, вершина, ребро. Степень вершины. Число рёбер и суммарная степень вершин. Понятие о связных графах. Пути в графах. Цепи и циклы. Обход графа (эйлеров путь). Понятие об ориентированном графе. Решение задач с помощью графов.

Утверждения и высказывания. Отрицание утверждения, условные утверждения, обратные и равносильные утверждения, необходимые и достаточные условия, свойства и признаки. Противоположные утверждения, доказательства от противного.

Случайный эксперимент (опыт) и случайное событие. Вероятность и частота случайного события. Роль маловероятных и практически достоверных событий в природе и в обществе.

**8 КЛАСС**

Множество и подмножество. Примеры множеств в окружающем мире. Пересечение и объединение множеств. Диаграммы Эйлера. Числовые множества. Примеры множеств из курсов алгебры и геометрии. Перечисление элементов множеств с помощью организованного перебора и правила умножения. Формула включения-исключения.

Элементарные события. Вероятности случайных событий. Опыты с равновозможными элементарными событиями. Случайный выбор.

Измерение рассеивания числового массива. Дисперсия и стандартное отклонение числового набора. Свойства дисперсии и стандартного отклонения. Диаграммы рассеивания двух наблюдаемых величин. Линейная связь на диаграмме рассеивания.

Дерево. Дерево случайного эксперимента. Свойства деревьев: единственность пути, связь между числом вершин и числом рёбер. Понятие о плоских графах. Решение задач с помощью деревьев.

Логические союзы «И» и «ИЛИ». Связь между логическими союзами и операциями над множествами. Использование логических союзов в алгебре.

Случайные события как множества элементарных событий. Противоположные события. Операции над событиями. Формула сложения вероятностей.

Правило умножения вероятностей. Условная вероятность. Представление случайного эксперимента в виде дерева. Независимые события.

**9 КЛАСС**

Комбинаторное правило умножения. Перестановки и факториал. Число сочетаний и треугольник Паскаля. Свойства чисел сочетаний. Бином Ньютона. Решение задач с использованием комбинаторики.

Геометрическая вероятность. Случайный выбор точки из фигуры на плоскости, из отрезка, из дуги окружности.

Испытания. Успех и неудача. Серия испытаний до первого успеха. Серия испытаний Бернулли. Вероятности событий в серии испытаний Бернулли. Случайный выбор из конечного множества.

Случайная величина и распределение вероятностей. Примеры случайных величин. Важные распределения – число попыток в серии испытаний до первого успеха и число успехов в серии испытаний Бернулли (геометрическое и биномиальное распределения).

Математическое ожидание случайной величины. Физический смысл математического ожидания. Примеры использования математического ожидания. Дисперсия и стандартное отклонение случайной величины. Свойства математического ожидания и дисперсии. Математическое ожидание и дисперсия изученных распределений.

Неравенство Чебышёва. Закон больших чисел. Математические основания измерения вероятностей. Роль и значение закона больших чисел в науке, в природе и обществе, в том числе в социологических обследованиях и в измерениях.

**ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОГО КУРСА «ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА» НА УГЛУБЛЕННОМ УРОВНЕ ОСНОВНОГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ**

**Личностные результаты** освоения программы по математике характеризуются в части:

**1) патриотического воспитания:**

проявлением интереса к прошлому и настоящему российской математики, ценностным отношением к достижениям российских математиков и российской математической школы, к использованию этих достижений в других науках и прикладных сферах;

**2) гражданского и духовно-нравственного воспитания:**

готовностью к выполнению обязанностей гражданина и реализации его прав, представлением о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (например, выборы, опросы), готовностью к обсуждению этических проблем, связанных с практическим применением достижений науки, осознанием важности морально-этических принципов в деятельности учёного;

**3) трудового воспитания:**

установкой на активное участие в решении практических задач математической направленности, осознанием важности математического образования на протяжении всей жизни для успешной профессиональной деятельности и развитием необходимых умений, осознанным выбором и построением индивидуальной траектории образования и жизненных планов с учётом личных интересов и общественных потребностей;

**4) эстетического воспитания:**

способностью к эмоциональному и эстетическому восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений, умению видеть математические закономерности в искусстве;

**5) ценностей научного познания:**

ориентацией в деятельности на современную систему научных представлений об основных закономерностях развития человека, природы и общества, пониманием математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации, овладением языком математики и математической культурой как средством познания мира, овладением навыками исследовательской деятельности;

**6) физического воспитания, формирования культуры здоровья и эмоционального благополучия:**

готовностью применять математические знания в интересах своего здоровья, ведения здорового образа жизни (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность), сформированностью навыка рефлексии, признанием своего права на ошибку и такого же права другого человека;

**7) экологического воспитания:**

ориентацией на применение математических знаний для решения задач в области сохранности окружающей среды, планирования поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды, осознанием глобального характера экологических проблем и путей их решения;

**8) адаптации к изменяющимся условиям социальной и природной среды:**

готовностью к действиям в условиях неопределённости, повышению уровня своей компетентности через практическую деятельность, в том числе умение учиться у других людей, приобретать в совместной деятельности новые знания, навыки и компетенции из опыта других;

необходимостью в формировании новых знаний, формулировать идеи, понятия, гипотезы об объектах и явлениях, в том числе ранее неизвестных, осознавать дефициты собственных знаний и компетентностей, планировать своё развитие;

способностью осознавать стрессовую ситуацию, воспринимать стрессовую ситуацию как вызов, требующий контрмер, корректировать принимаемые решения и действия, формулировать и оценивать риски и последствия, формировать опыт.

**МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ**

В результате освоения программы по математике на уровне основного общего образования у обучающегося будут сформированы **метапредметные результаты**, характеризующиеся овладением универсальными познавательными действиями, универсальными коммуникативными действиями и универсальными регулятивными действиями.

**Познавательные универсальные учебные действия**

**Базовые логические действия:**

выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями, формулировать определения понятий, устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;

воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие, условные;

выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях, предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;

делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;

разбирать доказательства математических утверждений (прямые и от противного), проводить самостоятельно доказательства математических фактов, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры, применять метод математической индукции, обосновывать собственные рассуждения;

выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

**Базовые исследовательские действия**:

использовать вопросы как исследовательский инструмент познания, формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, самостоятельно устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;

проводить по самостоятельно составленному плану эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, зависимостей объектов между собой;

самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, эксперимента, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;

прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

**Работа с информацией:**

выявлять недостаточность и избыточность информации, данных, необходимых для решения задачи;

выбирать, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;

выбирать форму представления информации и иллюстрировать решаемые задачи схемами, диаграммами, иной графикой и их комбинациями;

оценивать надёжность информации по критериям, предложенным или сформулированным самостоятельно.

**Коммуникативные универсальные учебные действия:**

воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения, ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;

в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения, сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций, в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;

представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта, самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории;

понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных математических задач, принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы, обобщать мнения нескольких людей;

участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнений, «мозговые штурмы» и иные); выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды, оценивать качество результата и качество своего вклада в общий результат по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

**Регулятивные универсальные учебные действия**

**Самоорганизация:**

выявлять проблемы для решения в жизненных и учебных ситуациях, ориентироваться в различных подходах принятия решений (индивидуальное, групповое);

самостоятельно составлять план, алгоритм решения задачи (или его часть), выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

**Самоконтроль, эмоциональный интеллект:**

владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи, самомотивации и рефлексии;

предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, найденных ошибок, выявленных трудностей;

оценивать соответствие результата деятельности поставленной цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения цели, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту;

выражать эмоции при изучении математических объектов и фактов, давать эмоциональную оценку решения задачи.

**ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ**

К концу обучения в **7 классе** обучающийся получит следующие предметные результаты:

Читать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, представлять данные в виде таблиц, строить столбиковые (столбчатые) и круговые диаграммы по массивам значений.

Описывать и интерпретировать реальные числовые данные, представленные в таблицах, на диаграммах, графиках.

Использовать для описания данных статистические характеристики: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, квартили.

Иметь представление о логических утверждениях и высказываниях, уметь строить отрицания, формулировать условные утверждения при решении задач, в том числе из других учебных курсов, иметь представление о теоремах-свойствах и теоремах-признаках, о необходимых и достаточных условиях, о методе доказательства от противного.

Иметь представление о случайной изменчивости на примерах результатов измерений, цен, физических величин, антропометрических данных, иметь представление о статистической устойчивости.

Использовать для описания данных частоты значений, группировать данные, строить гистограммы группированных данных.

Использовать графы для решения задач, иметь представление о терминах теории графов: вершина, ребро, цепь, цикл, путь в графе, иметь представление об обходе графа и об ориентированных графах.

К концу обучения в **8 классе** обучающийся получит следующие предметные результаты:

Оперировать понятиями множества, подмножества, выполнять операции над множествами: объединение, пересечение, перечислять элементы множеств с использованием организованного перебора и комбинаторного правила умножения.

Находить вероятности случайных событий в случайных опытах, зная вероятности элементарных событий, в том числе в опытах с равновозможными элементарными событиями, иметь понятие о случайном выборе.

Описывать данные с помощью средних значений и мер рассеивания (дисперсия и стандартное отклонение). Уметь строить и интерпретировать диаграммы рассеивания, иметь представление о связи между наблюдаемыми величинами.

Иметь представление о дереве, о вершинах и рёбрах дерева, использовании деревьев при решении задач в теории вероятностей, в других учебных математических курсах и задач из других учебных предметов.

Оперировать понятием события как множества элементарных событий случайного опыта, выполнять операции над событиями, использовать при решении задач диаграммы Эйлера, числовую прямую, применять формулу сложения вероятностей.

Пользоваться правилом умножения вероятностей, использовать дерево для представления случайного опыта при решении задач. Оперировать понятием независимости событий.

К концу обучения в **9 классе** обучающийся получит следующие предметные результаты:

Пользоваться комбинаторным правилом умножения, находить число перестановок, число сочетаний, пользоваться треугольником Паскаля при решении задач, в том числе на вычисление вероятностей событий.

Использовать понятие геометрической вероятности, находить вероятности событий в опытах, связанных со случайным выбором точек из плоской фигуры, отрезка, длины окружности.

Находить вероятности событий в опытах, связанных с испытаниями до достижения первого успеха, в сериях испытаний Бернулли.

Иметь представление о случайных величинах и опознавать случайные величины в явлениях окружающего мира, оперировать понятием «распределение вероятностей». Уметь строить распределения вероятностей значений случайных величин в изученных опытах.

Находить математическое ожидание и дисперсию случайной величины по распределению, применять числовые характеристики изученных распределений при решении задач.

Иметь представление о законе случайных чисел как о проявлении закономерности в случайной изменчивости, понимать математическое обоснование близости частоты и вероятности события. Иметь представление о роли закона больших чисел в природе и обществе.

**ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ**

**7 КЛАСС**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№ п/п** | **Наименование разделов и тем программы** | **Количество часов** | | | **Электронные (цифровые) образовательные ресурсы** |
| **Всего** | **Контрольные работы** | **Практические работы** |
| 1 | Представление данных | 4 |  |  | [[Библиотека ЦОК <https://m.edsoo.ru/596d814c>] |
| 2 | Описательная статистика | 8 |  | 1 | Библиотека ЦОК <https://m.edsoo.ru/596d814c> |
| 3 | Случайная изменчивость | 5 |  | 1 | Библиотека ЦОК <https://m.edsoo.ru/596d814c> |
| 4 | Введение в теорию графов | 4 |  |  | Библиотека ЦОК <https://m.edsoo.ru/596d814c> |
| 5 | Логика | 3 |  |  | Библиотека ЦОК <https://m.edsoo.ru/596d814c> |
| 6 | Вероятность и частота случайного события | 5 |  | 1 | Библиотека ЦОК <https://m.edsoo.ru/596d814c> |
| 7 | Повторение, обобщение, систематизация знаний | 5 | 1 |  | Библиотека ЦОК <https://m.edsoo.ru/596d814c> |
| ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ | | 34 | 1 | 3 |  |

**8 КЛАСС**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№ п/п** | **Наименование разделов и тем программы** | **Количество часов** | | | **Электронные (цифровые) образовательные ресурсы** |
| **Всего** | **Контрольные работы** | **Практические работы** |
| 1 | Повторение курса 7 класса | 3 |  |  | Библиотека ЦОК <https://m.edsoo.ru/032cfeff> |
| 2 | Множества | 4 |  |  | Библиотека ЦОК <https://m.edsoo.ru/032cfeff> |
| 3 | Вероятность случайного события | 4 | 1 | 1 | Библиотека ЦОК <https://m.edsoo.ru/032cfeff> |
| 4 | Описательная статистика. Рассеивание данных | 5 | 1 |  | Библиотека ЦОК <https://m.edsoo.ru/032cfeff> |
| 5 | Введение в теорию графов | 3 |  |  | Библиотека ЦОК <https://m.edsoo.ru/032cfeff> |
| 6 | Логика | 2 |  |  | Библиотека ЦОК <https://m.edsoo.ru/032cfeff> |
| 7 | Операции над случайными событиями. Сложение вероятностей | 3 |  |  | Библиотека ЦОК <https://m.edsoo.ru/032cfeff> |
| 8 | Условная вероятность, умножение вероятностей, независимые события | 5 |  |  | Библиотека ЦОК <https://m.edsoo.ru/032cfeff> |
| 9 | Повторение, обобщение, систематизация знаний | 5 | 1 |  | Библиотека ЦОК <https://m.edsoo.ru/032cfeff> |
| ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ | | 34 | 3 | 1 |  |

**9 КЛАСС**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№ п/п** | **Наименование разделов и тем программы** | **Количество часов** | | | **Электронные (цифровые) образовательные ресурсы** |
| **Всего** | **Контрольные работы** | **Практические работы** |
| 1 | Повторение курса 8 класса | 3 |  |  | Библиотека ЦОК <https://m.edsoo.ru/8b68c39f> |
| 2 | Элементы комбинаторики | 6 |  |  | Библиотека ЦОК <https://m.edsoo.ru/8b68c39f> |
| 3 | Геометрическая вероятность | 3 |  |  | Библиотека ЦОК <https://m.edsoo.ru/8b68c39f> |
| 4 | Испытания Бернулли | 6 |  |  | Библиотека ЦОК <https://m.edsoo.ru/8b68c39f> |
| 5 | Случайная величина | 3 |  |  | Библиотека ЦОК <https://m.edsoo.ru/8b68c39f> |
| 6 | Числовые характеристики случайных величин | 6 |  |  | Библиотека ЦОК <https://m.edsoo.ru/8b68c39f> |
| 7 | Закон больших чисел | 3 |  |  | Библиотека ЦОК <https://m.edsoo.ru/8b68c39f> |
| 8 | Повторение, обобщение, систематизация знаний | 4 | 1 |  | Библиотека ЦОК <https://m.edsoo.ru/8b68c39f> |
| ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ | | 4 | 1 | 0 |  |